

Optimisation de trajectoire pour une mission Ariane 5

Pierre Martinon

ENSTA module IN103 - 2011

Vol typique d'Ariane 5 vers l'orbite GTO

150 millions d'euros

10 tonnes de charge utile (2 satellites)

750 tonnes sur le pas de tir, dont 650 de carburant

25 minutes entre le décollage et la libération des satellites

Optimisation de trajectoire

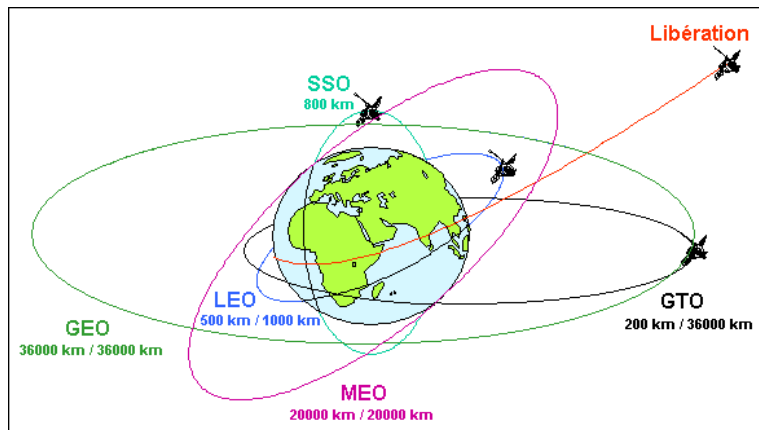
Calculer le guidage de la fusée pour atteindre l'orbite voulue ?

Quelle charge maximale peut-on mettre sur orbite ?

→ Problème de commande optimale

Orbite géostationnaire (GEO)

Orbite circulaire, altitude 36000 km, immobile par rapport au sol
Orbite la plus peuplée: 250 satellites



Lancement direct difficile (altitude élevée)

→ orbite de transfert (GTO) puis manoeuvre de circularisation.

Modélisation du problème

Contrôle du système: guidage du lanceur durant le vol ?

Le guidage correspond à la direction de la poussée T , notée $u(t)$

Discrétisation: on approche u par un vecteur $U = [u_1 \dots u_n]$

Passage dimension infinie (fonction) \rightarrow dimension finie (vecteur)

Ex: approximation constante par morceaux

On se donne une subdivision du temps $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = t_f$

On considère que $u(t) = u_i, \forall t \in [t_{i-1}, t_i]$

Trajectoire: pour un guidage U donné, on peut résoudre l'équation différentielle du vol. Ceci permet de calculer la trajectoire du lanceur de t_0 à t_f .

Il reste à trouver un guidage qui mène sur la bonne orbite !

Trajectoire admissible

On cherche un guidage U qui mène le lanceur sur l'orbite GTO.
Orbite finale: ellipse, demi grand axe et excentricité $a(U)$, $e(U)$.

on définit

$$F(U) = \|(a(U) - a_{GTO}, e(U) - e_{GTO})\|^2$$

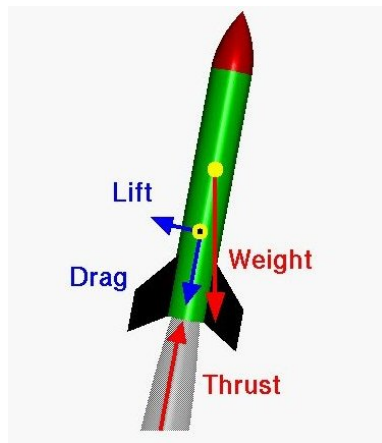
→ F mesure l'écart entre l'orbite finale et l'orbite visée.

On cherche à résoudre $F(U) = 0$, ou plutôt $\text{Min } F(U)$.

→ **Problème d'optimisation sans contraintes**

Résolution sous Matlab: fonction **fminunc**

Forces et dynamique



Variables d'état

r : position (dim 1, 2 ou 3)

v : vitesse (idem)

m : masse

Dynamique du vol

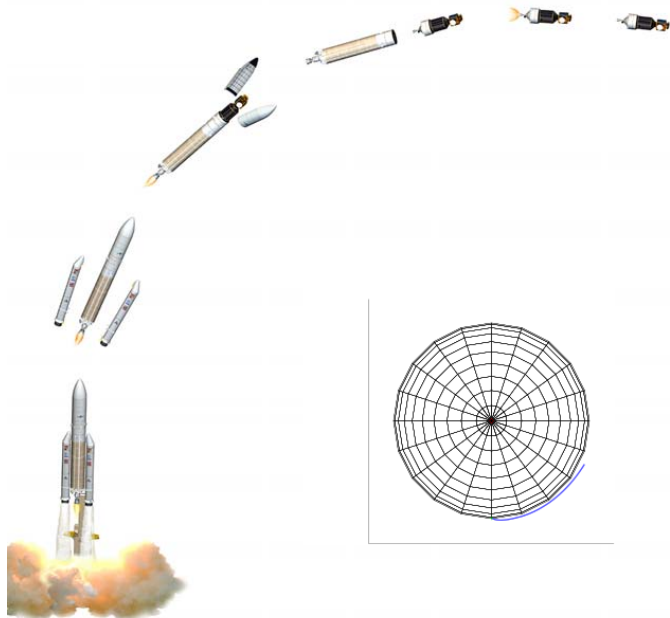
$$\begin{cases} \dot{r} = v \\ \dot{v} = \frac{1}{m}(W + T + D + L) \\ \dot{m} = -\beta \end{cases}$$

W : poids, T : poussée

D : traînée, L : portance

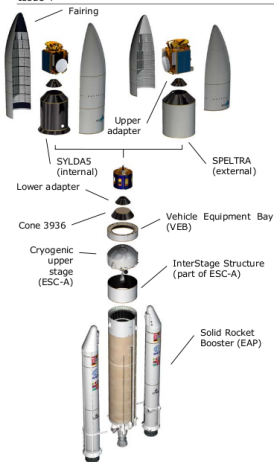
β : débit de carburant

Séquence du vol



Structure du lanceur

Ariane 5 User's Manual
Issue 4



PAYLOAD FAIRING	Short	Medium	Long
Diameter	5,4 m	5,4 m	5,4 m
Height	12,276 m	13,813 m	17 m
Mass	1970 kg	2060 kg	2675 kg
Structure	Two halves - Sandwich CFRP sheets and aluminium honeycomb core		
Acoustic protection	Foam sheets		
Separation	Horizontal and vertical separations by leak-proof pyrotechnical expanding tubes		

SPELTRA	SPELTRA 4160	SPELTRA 5660
Diameter	5,4 m	5,4 m
Total height	5,5 m	7 m
Cylinder height	4,16 m	5,66 m
Mass	715 kg	830 kg
Structure	Sandwich CFRP sheets and aluminium honeycomb core	
Separation	Leak-proof pyrotechnical expanding tube at the base	

SYLDAS	
Diameter	4,16 m
Height	Total height of standard version: 4,903 m Adjustable cylinder height : -0,21+0,64+0,91+1,22+1,5 m w.r.t. standard
Mass	From 407 to 512 kg, depending on height
Structure	Sandwich CFRP sheets and aluminium honeycomb core
Separation	Leak-proof pyrotechnical expanding tube at the base of the cylinder

ADAPTERS	off-the-shelf devices
Clampband	0937 01194 01666 02624
4 pyrotecs	01663

CONE 3936	
Height	783 mm
Mass	200 kg
Structure	Nonolithic CFRP cone and glass fiber membrane

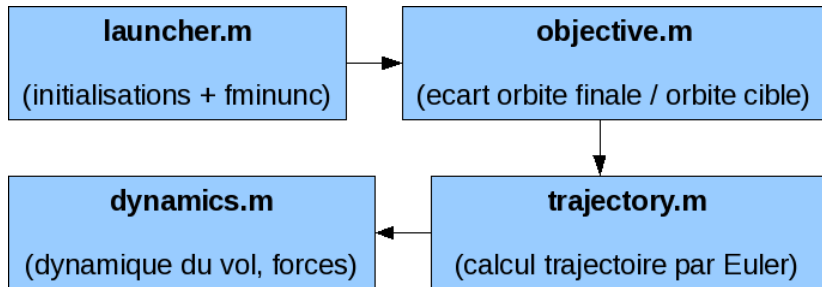
VEB	
Structure	Sandwich CFRP sheets and aluminium honeycomb core
Avionics	Flight control, flight termination, power distribution and telemetry subsystems

CRYOGENIC UPPER STAGE (ESC-A)	
Size	Ø 5,4 m x 4,711 m between LF rings
Dry mass	4540 kg
Structure	Aluminium alloy tanks
Propulsion	1H7B engine - 1 chamber
Propellants loaded	14,9 t of LOX + LH ₂
Thrust	64,8 kN
Ign	446 s
Feed system	1 turbopump driven by a gas generator
Pressurization	Gas for LOX tank and GH ₂ for LH ₂ tank
Combustion time	945 s
Attitude control	Pitch and yaw: gimballed nozzle powered phase Roll: 4 GH ₂ thrusters
Altitude control	Roll, pitch and yaw : 4 clusters of 3 GH ₂ thrusters
Ballistic phase	Longitudinal boost : 2 GO ₂ thrusters
Avionics	Guidance from VEB
Inter Stage Structure (ISS)	
Structure	Sandwich CFRP sheets and aluminium honeycomb core
Separation	Pyrotechnical expanding tube at the top of the ISS and 4 ullage rockets

CRYOGENIC MAIN CORE STAGE (EPC)	
Size	Ø 5,4 m x 23,8 m (without engine)
Dry mass	14700 kg
Structure	Aluminium alloy tanks
Propulsion	Vulcan 2 - 3 chamber
Propellants	1701 t (SL ₂ + H ₂)
Thrust	960 kN (SL ₂) 1350 kN (Vacuum)
Ign	-315 s (SL ₂) 432 (Vacuum)
Feed system	2 turbopumps driven by a gas generator
Pressurization	Gas for LOX tank and GH ₂ for LH ₂ tank
Combustion time	340 s
Attitude control	Pitch and yaw: gimballed nozzle Roll: 4 GH ₂ thrusters
Avionics	Flight control, flight termination, power distribution and telemetry subsystems, connected to VEB via data bus

SOLID ROCKET BOOSTER (EAP)	
Size	Ø 3,05 m x 31,6 m
Structure	Stainless steel case
Propulsion	Solid propellant motor (MPS)
Propellants	240 t of solid propellant per SRB
Mean thrust	5000 kN (SL ₂)
Ign	274,5 s
Combustion time	130 s
Attitude control	Slowerable nozzle
Avionics	Flight control, flight termination and telemetry subsystems, connected to VEB via data bus + autonomous telemetry

Structure du projet



Conditions initiales et finales

Conditions initiales: pas de tir de Kourou

On choisit les axes de telle sorte que

$$r(t_0) = \begin{pmatrix} R_{Terre} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v(t_0) = \begin{pmatrix} 0 \\ R_{Terre} T_{Terre} \end{pmatrix}$$

Conditions finales: orbite GTO

$$a_{GTO} = 24535.135 \text{ km}, \quad e_{GTO} = 0.7185206032$$

Calcul demi grand axe (a) et excentricité (e)

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{\|r\|} - \frac{\|v\|^2}{\mu}, \quad e^2 = 1 + \frac{2pk}{\mu}$$

avec

$$p = \frac{(r_1 v_2 - r_2 v_1)^2}{\mu}, \quad k = \frac{\|v\|^2}{2} - \frac{\mu}{\|r\|}$$

Calcul de trajectoire: Schéma d'Euler

Equation différentielle

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t)) & , \quad \forall t \in [t_0, t_f] \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

Calcul de $x(t_f)$, et plus généralement $x(t)$?

Schéma d'Euler

N: nombre de pas; $h = \frac{t_f - t_0}{N}$: taille du pas

Initialisation $t = t_0$; $x = x_0$

Pour $i=1..N$

$$x = x + h f(t, x)$$

$$t = t + h$$

Fin

Forces et paramètres lanceur

Forces

$$W = -m \frac{\mu}{\|r\|^3} r, \quad T = g_0 \beta I_{sp} \begin{pmatrix} \cos u \\ \sin u \end{pmatrix}, \quad L = D = 0$$

Paramètres lanceur

	Masse	Ergols	Isp	Débit β	Poussée
Boosters	75t	500t	300	4t/s	1-0-0
Etage 1	15t	150t	500	0.3t/s	1-1-0
Etage 2	5t	15t	500	0.015t/s	0-0-1

Et ... une mission vers l'orbite GEO directement ?

→ avec une phase balistique (sans poussée) et un réallumage de E2